

Тема 20. МОДЕЛЬ ПИЩЕВОЙ КОНКУРЕНЦИИ

Объяснение. Конкуренция как форма межвидовых взаимоотношений возникает в тех случаях, когда два вида используют одни и те же ресурсы (пища, пространство, убежища и др.). Формирование конкретных биоценозов всегда связано с выработкой приспособлений, смягчающих конкуренцию, в противном случае менее приспособленный вид вытесняется из состава сообщества.

Конкурентные отношения являются важнейшим механизмом формирования видового состава сообщества, пространственного распределения видов и регуляции их численности. Именно поэтому они играют огромную роль в эволюционном развитии видов.

Рассмотрим модель роста ячменя и овса в смешанном посеве. Для описания динамических моделей можно использовать уравнения Лотки – Вольтерры:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x(a - bx - cy) \\ \frac{dy}{dt} &= y(e - fx - gy)\end{aligned}$$

где a , b , c , e , f и g – положительные константы, отражающие конкуренцию между видами растений при смешанном посеве.

Численность растений каждого вида в смешанном посеве этих сельскохозяйственных культур определяется во время сева. В нашей модели конкуренция между культурами будет выражаться в терминах «относительное пространство» безразмерной переменной, которая характеризует влияние плотности растений на пространство, доступное для корней и листьев, на количество получаемых растениями питательных веществ, солнечного света и прочих факторов. Действительная продукция сухого вещества получается затем как произведение «относительного пространства» на максимально возможную продуктивность в монокультуре с высокой плотностью посева. Таким образом, все величины оказываются функциями времени.

Рост и конкуренцию овса и ячменя при смешанном посеве можно представить в виде дифференциальных уравнений, в которых $r_{\text{я}}$ – это относительное пространство для ячменя, а $r_{\text{о}}$ – относительное пространство для овса:

$$\frac{dr_{\text{я}}}{dt} = G_{\text{я}} (r_{\text{я}} - r_{\text{я}}^2 - r_{\text{я}} r_{\text{о}})$$

$$\frac{dr_o}{dt} = G_o (r_o - r_o^2 - r_y r_o)$$

Для того чтобы построить модели изменения конкурентов со временем, можно воспользоваться приемом, который часто применяется в подобных ситуациях, т.е. можно рассматривать коэффициенты G_y и G_o как эмпирические функции, которые представляют собой относительные скорости роста растений в отсутствие конкуренции и могут быть получены из данных о росте растений при очень низких плотностях посева (табл. 22).

Таблица 22 – Относительные скорости роста овса и ячменя

Сутки	Относительная скорость роста	
	ячмень	овес
0	0,4286	0,7143
7	0,1071	0,1190
14	0,0441	0,0634
21	0,0225	0,0431
28	0,0064	0,0242
35	- 0,0036	0,0511
42	- 0,0065	0,0491

Задание: построить модель изменения численности популяций вида – пищевого ресурса и двух конкурирующих за данный ресурс видов, например, заяц, лиса и волк (период времени 100 лет), используя предложенные математические зависимости и исходные данные табл. 23.

Таблица 23 – Исходные данные

Вариант	Показатели								
	N_{01}	N_{02}	N_{03}	r_1	r_2	r_3	N_1	N_2	N_3
1	0,6	0,3	0,7	4,2	4,3	3,5	?	?	?
2	0,5	0,2	0,6	4,5	4,4	3,6			
3	0,4	0,25	0,5	4,8	4,7	3,7			
4	0,3	0,35	0,4	5,0	4,9	3,8			
5	0,7	0,36	0,3	5,2	5,2	3,9			
6	0,8	0,4	0,4	5,6	5,3	4,0			
7	0,9	0,45	0,5	5,9	5,5	4,1			
8	0,55	0,48	0,4	6,0	5,6	4,2			
9	0,65	0,46	0,6	6,2	5,7	4,3			
10	0,75	0,8	0,8	6,7	5,9	4,4			

$$N_1 = N_{01} \times r_1 \times (1 - N_{01}) \times (1 - N_{02}) \times (1 - N_{03});$$

$$N_2 = N_{02} \times r_2 \times (1 - N_{02}) \times (1 - N_{03}) \times N_{01},$$

$$N_3 = N_{03} \times r_3 \times (1 - N_{02}) \times (1 - N_{03}) \times N_{01},$$

где N_1, N_2, N_3 – численность популяции первого, второго и третьего видов в момент времени t ;

N_{01}, N_{02}, N_{03} – численность популяции первого, второго и третьего видов в начальный момент t_0 ;

r_1, r_2, r_3 – биотический потенциал, характеризующий скорость роста популяции первого, второго и третьего видов соответственно.